

折、反射式望遠鏡 之解析度分析

文/ 張國文

前言

在拍攝業餘天文照片時常會感覺到，反射鏡照出來的照片總是比不上折射鏡。雖然解析度好像差不多；即很接近的兩顆星可以分得開，但反射鏡照出來的色彩總是沒有折射鏡來得飽和。但若使用史密特攝星鏡又似乎沒這個現象，到底原因是什麼呢？是否這只是一個寶貴的經驗值？還是有學理上的解釋？還好現在科學昌明，這個問題已經有人研究過了。

點狀影像解析度

大約從有天文望遠鏡開始一直到二次大戰以前，望遠鏡的好壞就一直是以能否分開兩顆很近的星星來評判。一顆星星在成像面上的理想亮度分布(就是完全沒有相差的時候)，會形成所謂 Fraunhofer diffraction pattern (圖 1)，在中央會有一最大值，從中央往外亮度漸漸下降；直到完全變黑，再往外又會有一淡淡的繞射圈，然後再變黑、再有一圈更淡的繞射圈…。



圖 1. Fraunhofer diffraction pattern

若將其強度做成截面圖，看起來就像圖2那樣。這個分析是1835年由一位英國天文學家 Airy 完成的，中央最亮的光斑也因此稱為 Airy disk。Airy disk 的直徑愈小，就表示望遠鏡的解析度愈高，其公式可以寫成：

$$\phi_{\text{Airy}} = 2.44\lambda F$$

其中 ϕ_{Airy} 是 Airy disk 的直徑， λ 是光線的波長， F 是望遠鏡的光圈比。例如一支 F/5 的折射望遠鏡，拍星雲照片；平均波長 $0.6\mu\text{m}$ 時，其 Airy disk 的物理極限直徑是 $7.32\mu\text{m}$ ，當然在不完美的真實世界中，這個數字還會加大。

當兩個光點互相接近時，看到的影像就是兩條曲線相加。那兩個點到底要靠多近，才算是能分解的極限呢？一般最常使用的是 Rayleigh criterion，就是當一顆星的影像最大值落在另一顆星的第一圈黑圈時，稱為這個成像系統的極限解析度(圖3)，換句話說就是一顆星的 Airy disk 中心正好壓在另一顆星的 Airy disk 邊緣時，兩個星點中心的距離。利用觀測不同視角的兩顆星星，看看是否能分得開，就可比較不同望遠鏡的點狀影像解析度。



面狀影像解析度

對一般業餘天文愛好者而言，每次都只看單一顆星星似乎太無聊了，觀賞人氣高的大多有變化的外形、複雜的内部結構與不同的顏色，像行星、星雲、星團…。這些天體不再是看起來幾乎沒有面積的亮點，望遠鏡在觀測這類星體時，感覺和看星點頗不一樣。像6吋牛頓反射鏡在看雙星時解析度高，但在看木星時常常還比不上一支6公分的折射鏡。雖然亮度絕對是6吋的牛頓反射鏡亮，但銳利度卻怎麼都比不上。

為了解決這個問題，有人就想到用大塊圖形的投影來判斷影像品質，例如圖4就是美國空軍在1951年制訂的解析圖。當圖形投影在屏幕上時，檢測人員就用眼睛確認，看圖形到多細時，黑白線就再也分不清楚，那就是這個光學系統的極限解析度。所使用的單位為 line pair per mm [lp/mm]，也就是在1mm內能看到多少黑白線對。數字愈大解析度就愈高，這個數字也稱為空間頻率。

這方法很方便，但問題是，人眼只能判斷這些測試線條能不能分得開，但對能分得開的線條卻很難有個數量化的判定，而且每個人看到的結果總是不太一樣。法國的Duffieux 在1946年就提出了contrast transfer的觀念。先將黑白解析圖的對比度定義為*C_{object}*，

$$C_{object} = \frac{I_{o,white} - I_{o,black}}{I_{o,white} + I_{o,black}}, \text{ 其中}$$

$I_{o,white}$ 與 $I_{o,black}$ 分別是圖上黑線與白線的亮度。

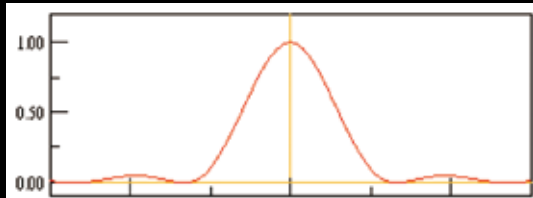


圖 2. 截面圖

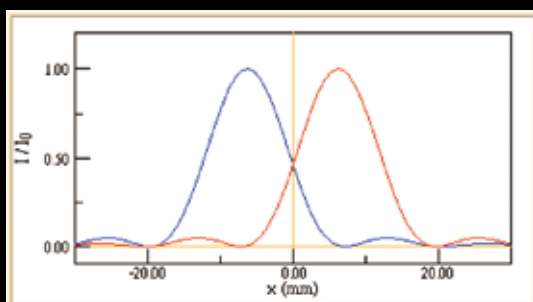


圖 3. Rayleigh criterion

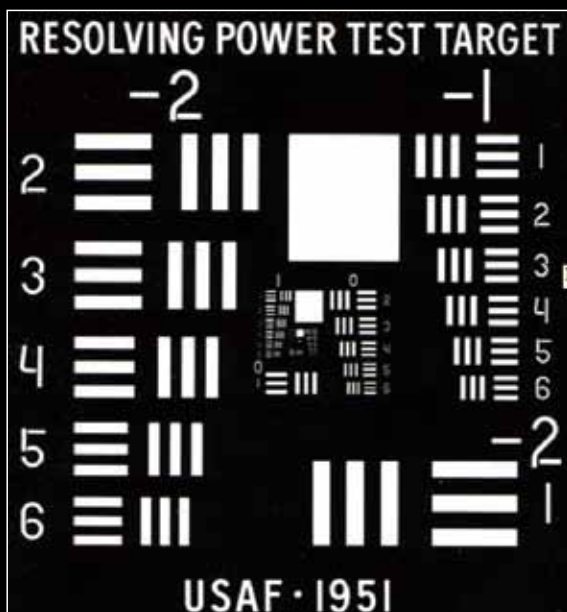


圖 4. USAF resolving power test target



再用同樣的方法算出在不同空間頻率時，影像的對比度。

$$C_{image} = \frac{I_{i,white} - I_{i,black}}{I_{i,white} + I_{i,black}}$$

$I_{i,white}$ 與 $I_{i,black}$ 分別是黑、白線”影像”的亮度。

對比參數 (contrast transfer coefficient) CT定義為上述兩者的比值：

$$CT = \frac{C_{image}}{C_{object}}$$

這個數字也稱為 modulation。就像在圖4所用的單位 [lp/mm] 一樣，可以測出在不同粗細解析圖時，透過望遠鏡所看黑白的對比參數。若將這些對比參數與對應粗細的解析圖畫成一張圖就成為著名的 modulation transfer Function (簡稱MTF)。在理想狀況下(完全沒有光學誤差)，MTF只會因為光圈大小與形狀所產生的繞射而改變，這條曲線就是所謂的繞射極限。圖5就是一個光圈F/5，焦距 530mm折射式望遠鏡的繞射極限MTF。

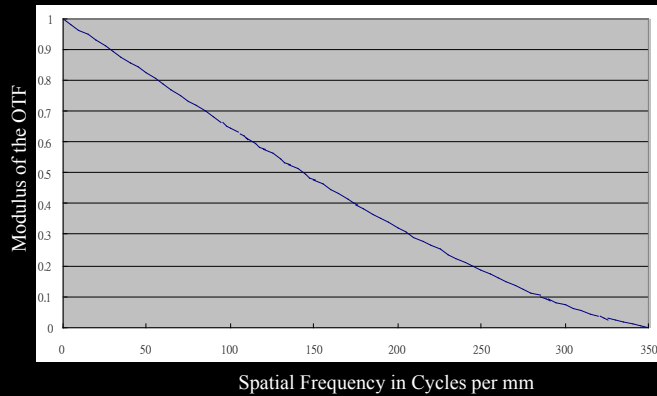


圖 5. 繞射極限MTF

計算方法可以簡化成望遠鏡口徑的 autocorrelation。假設望遠鏡口徑是圓的，這個計算就是在算兩個同樣口徑的圓在圓心距離為 l ($l = \lambda \cdot z \cdot f$) 時所重疊面積與此口徑圓面積的比率；其中 λ 是光線的波長， z 是望遠鏡焦距， f 是此時的空間頻率。這個計算的推導有點複雜，有興趣的人可以參考傅利葉光學或統計光學的相關書籍。

反射式望遠鏡的口徑照理說也是一個圓，計算起來應該差不多吧？其實不然，問題就出在反射式望遠鏡的次鏡上，因為就算主鏡沒有挖洞，中央部份還是被次鏡遮住，無法發揮成像功能。所以在計算時口徑不再是個圓，而是一個甜甜圈。在兩個甜甜圈距離近時 (就是比較低的空間頻率下)，重疊的面積會被甜甜圈中央的洞挖掉一塊，也就是此時的對比度比較低。

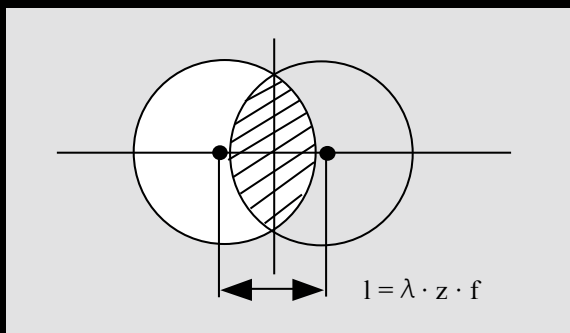


圖 6. 兩重疊圓面積

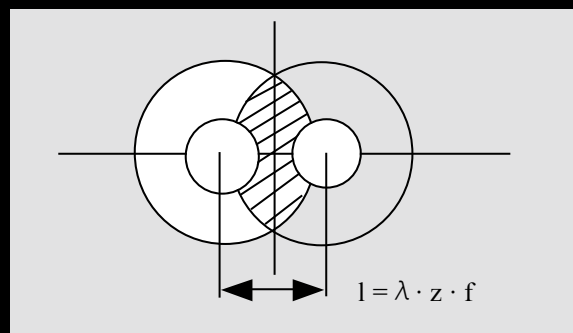


圖 7. 反射式望遠鏡兩重疊口徑面積

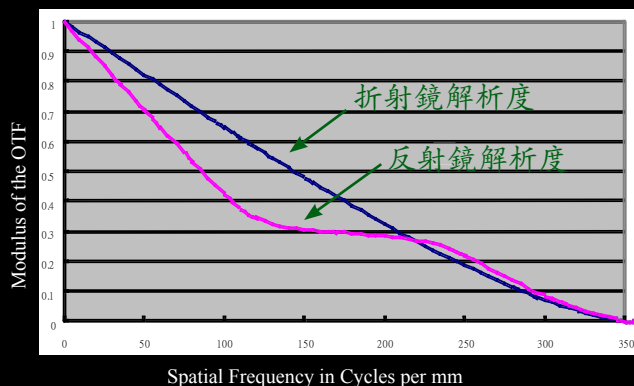


圖 8. 折射與反射鏡的理論極限比較

將折射鏡與同樣口徑與焦距的反射鏡作比較(圖8)，當反射鏡中央有40%被遮擋時，可發現反射鏡在低頻時對比度遠不及折射鏡，但在高頻時卻又反過來比折射鏡稍微高一些。

一般在分辨兩顆靠近的星星時，需要的參數是星星本身以及兩顆星星間分開的視角大小。折射式望遠鏡的極限解析度就是 $\frac{d}{\lambda \cdot z}$ ， d 是口徑， λ 是光線的波長， z 是望遠鏡焦距。如同前例：折射鏡光圈F/5，焦距530mm (即口徑為530/5=106mm)的極限解析度就是

$$\frac{106}{0.0006 \times 530} = 333.3 \text{ lp/mm}$$

若換算成角度約為一角秒。

一般星星本身的視角約是0.006秒左右，所以在拍攝星點照片時，折射鏡和反射鏡並沒有太大差異；雖然黑色的背景因為是很大一片，算是低頻的圖形，反射鏡照出的照片還是有點不夠黑，但差異已不是那麼明顯。而且，照這些獨立星點一般是天文學家的工作，所以他們適合使用大型反射式望遠鏡。但業餘天文愛好者對攝影主題的選擇卻不太一樣，他們習慣去

照一些比較能佔滿整個畫面的主題，像是行星、星雲、星團這些面積較大的星體。這時後反射式望遠鏡能提供的明暗對比就沒有折射鏡的效果來得明顯了。這些計算都是折、反射望遠鏡的理論極限，真實望遠鏡的MTF曲線都還要更差一些，但趨勢還是一樣的，不影響分析結果。

結語

折射鏡和反射鏡在使用上的爭論一直是業餘天文界歷久不衰的話題，本文所作的比較只是讓大家對這兩種望遠鏡的成像機制有個初步瞭解。實際使用上，反射鏡口徑一般都比折射鏡來得大，焦距也比較長，有助於提升其解析度。

此外相機特性也是影響影像品質的重要關鍵，尤其在進入數位時代後，影像訊號一但進入電腦就不再受物理定律支配，在幾何光學與波動光學上的限制，都不復存在。影像品質可利用各種方法大幅改變，這些故有對折射鏡和反射鏡的評價結果都可能被改變。

張國文：臺中玉晶光電光學工程師