



月地距離的測量

包舜華

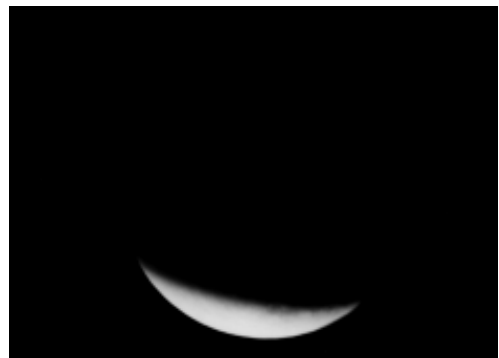
太陽才剛下山，大夥正準備今天晚上的月全食觀測。有的人忙著架設望遠鏡，另外的則仔細檢查每一台記錄用的相機，希望能留下完美的月全食紀錄。除了每次月全食的紅咚咚月亮顯的格外有趣外，如果還能記錄下整個月全食的過程，就可以進行本文的天文測量實驗。

正當我們為了月全食前的偏食照片曝光過度而大失所望，千萬不要氣餒！我們將要為你介紹一個如何量測月亮大小與月地距離的方法。只要用一張曝光有一點過度的月偏食照片就可以了，相信你一定會覺得不可思議。

首先我們先取得兩張不同食分的月偏食照片。以下是民國八十六年九月二十七日本館工作人員於圓山舊址拍得的月食照片，那天正巧是中秋節。



(圖一) 食分較小



(圖二) 食分較大

實驗方法

(一) 我們利用(圖一)的相片，分別在月球邊緣選取三點。以此三點的座標，計算其圓半徑 R_1 。

$R_1 = 3.49$ 公分(如圖三)

計算方法可參考附錄

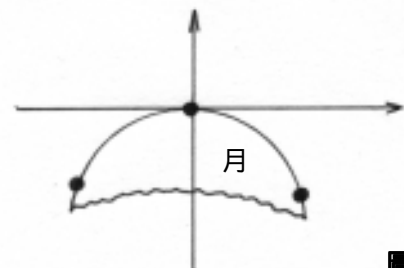


圖 3

(二) 方法同上，我們在灰暗的地球影邊緣任意選取三點。計算得地球影的半徑 $R_2 = 9.74$ 公分 (如圖四)

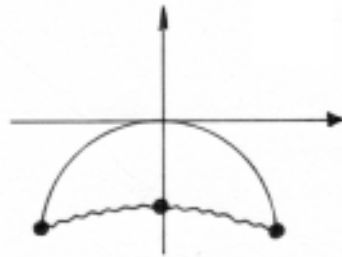


圖 4

(三) 估算月球大小

事實上地球影會比地球小一些。不過這只是估算，所以我們可以把地球影視為地球的大小，其圓半徑為 6378 公里。於是我們透過簡單的比例關係，可以得知

月球半徑 = $6378 \times R_1 \div R_2 = 2287$ 公里 (如圖五)

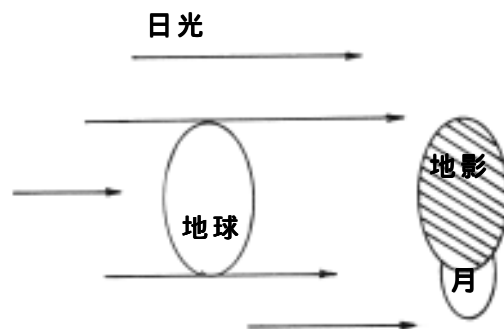


圖 5

(四) 估算月球距離

我們在地球上看到月亮時，當日約有 0.539° 的視直徑。根據圖的定義，我們很容易推算月地距離。

月地距離 = 月球直徑 \div 視直徑 (徑度) = 486200 公里

結論

整個實驗的計算流程十分容易，但是誤差仍然很大。估算月地距離時，除了用地球大小來代替地球影造成誤差外，另外會影響計算結果的原因，就是量測相片的座標值，尤其在量測灰暗交界的地球影邊緣時，更難於處理。建議量測時最好選取實驗 (步驟二) 的邊緣兩點，才會得到較好的結果。當然我們提供的實驗方法只能夠量測月地距離的概略值，若是想要得到更好的實驗結果，就必須對此估算方法進一步改進。✍

附錄

利用通過中學所學圓的三點 (X_1, Y_1) 、 (X_2, Y_2) 、 (X_3, Y_3) 求得圓心與圓半徑。
已知： (X_1, Y_1) 、 (X_2, Y_2) 、 (X_3, Y_3)

未知：圓心座標 (X_0, Y_0) 與圓半徑 R

我們可以列出圓方程式如下

$$: (X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2 = R^2$$

$$: (X_2 - X_0)^2 + (Y_2 - Y_0)^2 = R^2$$

$$: (X_3 - X_0)^2 + (Y_3 - Y_0)^2 = R^2$$

合併、式可得以下的聯立方程組

$$: 2(X_1 - X_2)X_0 + 2(Y_1 - Y_2)Y_0 = X_1^2 + Y_1^2 - X_2^2 - Y_2^2$$

$$: 2(X_2 - X_3)X_0 + 2(Y_2 - Y_3)Y_0 = X_2^2 + Y_2^2 - X_3^2 - Y_3^2$$

透過 ()、() 兩式我們很容易就可以得到圓心座標 (X_0, Y_0) 與圓半徑 R 。

作者：現任職台北市立天文科學教育館