



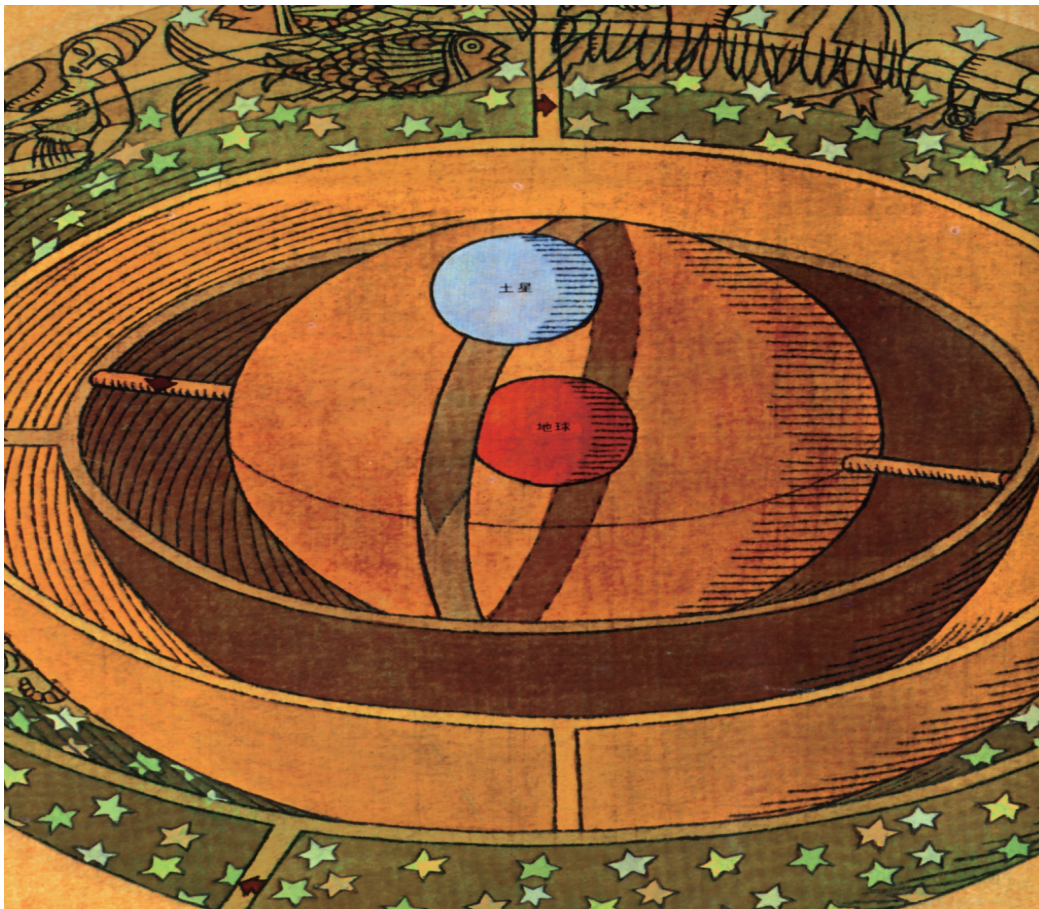
# 地球的運動與座標系統

包舜華

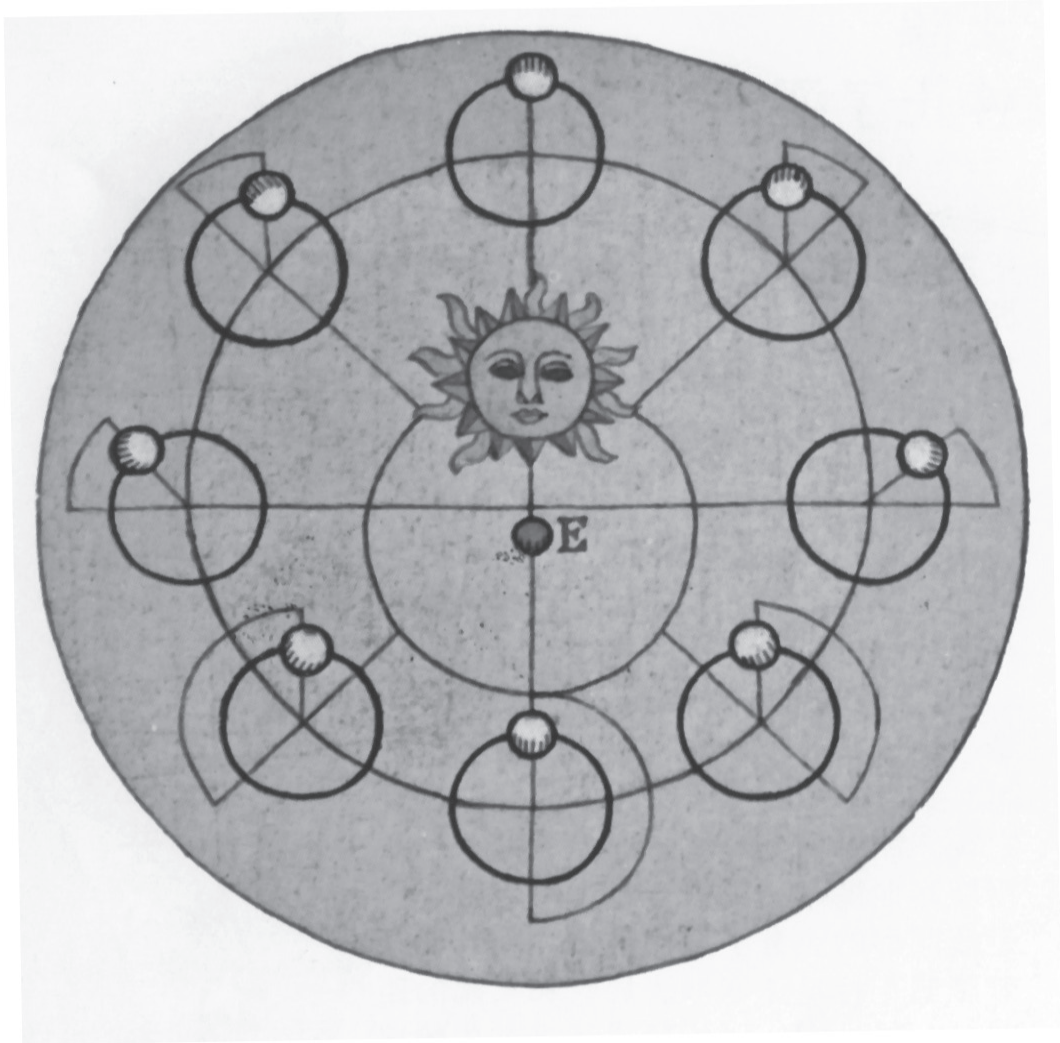
## 圓形與圓球的體系

早期希臘哲學家只能憑藉觀察與經驗來推理宇宙的尺度。後來他們轉而利用成熟的數學技巧來計算天空的星體運動。西元前四世紀，尤都拉斯就在尋找、解釋行星環形軌道的公式。他靠著圓球且不同軸的組合行星模型來估算天體的運圓形軌道的理論卻不能符合這樣的假設。

行，而地球就是這個運動模型的中心位置。以當時的眼光而言，他所用的這些數學技巧是十分進步的！雖然尤都拉斯能夠簡單地預測行星的位置，但是卻無法說明行星的亮度為何一直有週期性的變化。那時認為可能是距離變化所致，不過



圖一：尤都拉斯的模型



圖二：托勒密的模型

之後，托勒密也利用類似的法則來嘗試解決行星亮度的運動模型。基本上，托勒密用的天體運動模型依然根據圓形軌道的原則，但是每個行星又能夠沿著自己軌道做另一個小的圓軌道運動（參考圖二）。如此一來每個行星的相對距離得以微小改變，解決了尤都拉斯的困擾。他所用的系統比以前更複雜，不過對於行星的距離與光度變化依然漏洞百出，而且也未提及地球與行星間的距

離。儘管如此，托勒密是最後一個提出理論的人，而這理論倒也風行一時。

## 新科學的萌芽

十五世紀的科學正在向上發展而不似托勒密當時那樣沒落。雖然他們對於過去十分景仰，卻能夠有獨立思考的空間。新的天文台建立了、設計了新的儀器，多面的行星觀測再次顯示托勒密的理論越不對勁。對於托勒密的批評逐漸增加，但是膽敢說出真話的人卻十分鮮少，因為官方教條一直堅持地球為宇宙中心。與過去學說最徹底改變的，就是波蘭天文學家尼古拉斯·哥白尼的巨著「天體運行說」。他主要的重大變革是將太陽視為宇宙的中心，而其他的行星（包括地球）則以完美的圓形軌道依不同的距離繞太陽運行。對於以太陽為中心的系統處理起來直觀且簡單多了，同時也一掃托勒密理論的眾多爭議。

尼古拉斯·哥白尼的理論裡仍有微小的缺陷，因此當時最優秀的一位天文學家第谷·布拉罕，擁有最好的天文台，為了維持保守勢力致力於推翻哥白尼的學說。第谷始終不相信此一學說，而希望地球能再次回到宇宙中心，但是未能成功。1601年第谷逝世後，留下大批的觀測資料給他的年輕助手海里斯·刻卜勒。

海里斯·刻卜勒起初也想繼承乃師的遺志，然而當他仔細研究過泰半的觀測紀錄後，想法有了基本的改變。他不僅把太陽置於太陽系的中心位置，而且相信太陽還是這個行星系統的動力來源。不過他並沒有在這個動力來源的問題上繼續研究。根據他畢生的研究，提出了三大運動定律。此後，天體運行的問題完全在數學上獲得解決，但是物理的問題呢？為什麼行星運動非得滿足刻卜勒三大運動定律？

第一運動定律：所有的行星均以橢圓軌道繞行太陽。牛頓力學後來證明軌道可以為圓形、橢圓形、拋物線與雙曲線等軌道形式。

第二運動定律：單位時間行星走過軌道的封閉面積不變，後來牛頓力學證明其為「角動量守恆」。

第三運動定律：對於太陽系的所有行星，軌道半徑的三次方與其週期平方相除均相同。這個發現可由後來的牛頓力學相互驗證。

1642年才出世的艾薩克·牛頓，23歲時為了躲避倫敦的瘟疫而搬到英格蘭鄉下居住，他在那裡展開劃時代的貢獻。他觀察知道平行拋出的物體循一條曲線進行，曲線的變化隨著高度有關。起初他把這個原理用在月球上並不成功，直到估計出地球大小後，這一理論就出現用處了，這為科學思想上樹立了最好的典範。萬有引力定律使得太陽系有了近代的形式。牛頓的慣性定律與萬有引力的理論一直支配著往後的科學發展，堪稱是目前最廣泛而且完美的理論。

## 座標系統的建立

有了力學上的基本理論，加上後來的數學技巧發展，使得十六世紀後的天文學一躍千里。或許是因為科學風潮與謀生之故，投入天文計算的數學家非常多，像是高斯、拉普拉斯等。後來為了方便計算行星的運動，於是引入了許多座標的觀念。不過這樣的座標系是建築在虛無的空間中，而這個座標的原點也會隨時間的變化緩慢移動，所以還是得靠精密的觀測來時時修正。以下我們就來





介紹一下天體計算最慣用的座標系統。

**黃道座標系 ( $\lambda, \beta$ )**：以地球繞行太陽的平均公轉平面為基準面，至於原點則採用春分點（註一）。通常為了標示太陽的位置而採取此座標系統，例如節氣的計算、地球軌道的計算。

**赤道座標系 ( $\alpha, \delta$ )**：以地球的平均赤道面延伸為基本面，而其座標原點亦是春分點。對於恆星、行星與彗星等均採用此座標系統，有助於我們的紀錄與觀測。

座標系統之間的轉換如下：

$$\varepsilon = 23^\circ 26' 21.448'' \text{ 黃赤道交角}$$

**赤道座標轉成黃道座標：**

$$\tan \lambda = (\sin \alpha \cos \varepsilon + \tan \delta \sin \varepsilon) / \cos \alpha$$

$$\sin \beta = \sin \delta \cos \varepsilon - \cos \delta \sin \alpha \sin \varepsilon$$

**黃道座標轉成赤道座標：**

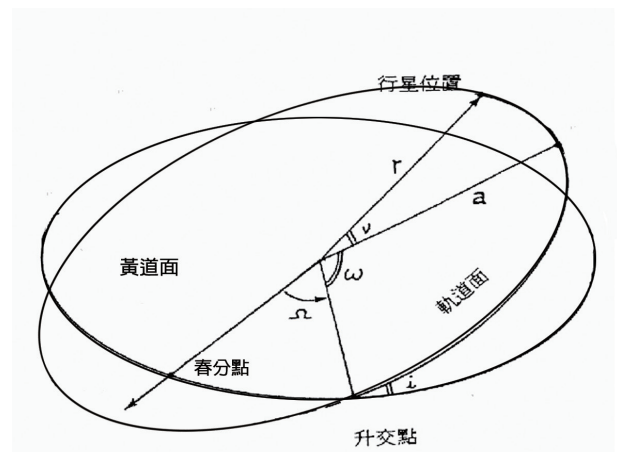
$$\tan \alpha = (\sin \lambda \cos \varepsilon + \tan \beta \sin \varepsilon) / \cos \lambda$$

$$\sin \delta = \sin \beta \cos \varepsilon - \cos \beta \sin \lambda \sin \varepsilon$$

若以赤道座標系統描述行星運動的方式如下說明：

軌道元素是描述空間中軌道的重要參數，它是由動力學常用的尤拉角來定義的。若以數學的座標轉換來說，只要一個313軸的旋轉就可以定義：（參考右上圖）

Note: “313軸的旋轉”的意義是先以Z軸沿逆時針方向旋轉 $\Omega$ 的角度，再以X軸沿逆時針方向旋轉 $i$ 的角度，最後以Z軸沿逆時針方向旋轉 $\omega + \nu$ 的角度。



升交點引數 ( $\Omega$ )

軌道傾角 ( $i$ )

近日點引數 ( $\omega$ )

軌道半長軸 ( $a$ )

軌道偏心率 ( $e$ )

時間 ( $t$ )

除了時間之外，以上的軌道元素基本上在短時間內變化並不大。至於軌道元素的精密數值必須由實際的觀測獲得，並且找到一個基準點來作為依據。計算的基準點一定是以軌道的近日點為主。如果我們知道行星何時過近日點，以及其它的軌道資料，只要再加上欲觀測的時間就不難計算天體位置了。由於這個過程需要許多經驗與精力，因此在此僅以非常簡單的方式來描述整個計算流程供參考：

- (1) 計算觀測時刻的儒略日 (Julian day)
- (2) 找到該天體的升交點引數 ( $\Omega$ )、軌道傾角 ( $i$ )、近日點引數 ( $\omega$ )、軌道半長軸 ( $a$ )、軌道偏心率 ( $e$ )
- (3) 利用儒略日求得天體的近日點離角 ( $\nu$ )，並轉換成黃道座標
- (4) 同時計算地球在黃道的瞬時位置，並求得該天體由地球看過去的方向 (以黃道座標表示)
- (5) 將天體的視黃道座標轉成赤道座標
- (6) 將天體的赤道座標轉成實用的地平方位角

## 座標面的改進

由於赤道面會因為地球微扁的關係，受到來自太陽與月球的微擾力矩而產生進動 (Precession) (註二)，以及在無力矩下的擺動，章動 (Nutation) (註三) 所合成的運動。這也是我們之前強調的平均黃道面與平均赤道面的差異。在真實座標 (瞬時座標) 與平均之間是可以預估的。目前的星表用的是 2000 年春分點的座標系統，一般計算得到的星體座標位置也是構築在這樣的座標系裡。因此您若想要更精密的座標資料，必須做分點修正的座標轉換計算。計算的方式如下：

- (1)  $T$  = 距離 JD2000.0 的儒略世紀的觀測時刻  
( $\alpha, \delta$ ) 為 JD2000.0 的赤道座標值，我們希望把它轉換成  $T$  的瞬時赤道座標值
- (2) 將 ( $\alpha, \delta$ ) 化成空間單位向量  
$$R = [\cos \delta \cos \alpha \quad \cos \delta \sin \alpha \quad \sin \delta]$$



### (3) 轉換矩陣

$$P = \begin{bmatrix} \cos \zeta \cos \theta \cos Z - \sin \zeta \sin Z & -\sin \zeta \cos \theta \cos Z - \cos \zeta \sin Z & -\sin \theta \cos Z; \\ \cos \zeta \cos \theta \sin Z + \sin \zeta \cos Z & -\sin \zeta \cos \theta \sin Z - \cos \zeta \cos Z & -\sin \theta \sin Z; \\ \cos \zeta \sin \theta & -\sin \zeta \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\zeta = 2306.2181T + 0.30188T^2 + 0.017998T^3 \text{ arcsec}$$

$$\theta = 2306.2181T + 1.09468T^2 + 0.018203T^3 \text{ arcsec}$$

$$Z = 2004.3109T - 0.42665T^2 - 0.041833T^3 \text{ arcsec}$$

(4) R' 為 T 瞬時赤道座標的單位向量值。

或者，

$$R' = [\cos \delta' \cos \alpha' \quad \cos \delta' \sin \alpha' \quad \sin \delta']$$

只要經過簡單的反三角轉換步驟就可以得到

T 瞬時赤道座標 (  $\alpha'$ ,  $\delta'$  )

範例：在 JD2000.0 的春分點赤道座標為

(0,0)。因為地球軌道面的變化，

若在 2001 年 1 月 1 日 UT12:00 的瞬

時分點座標來看這個 (0,0) 的位置，

它可是變化的。經過以上的計算：

$$T = 0.01 \text{ Julian Century}$$

$$(\alpha', \delta') = (46''.1, 20'') \text{ 通常這個變}$$

化量我們稱為歲差。

很快地瀏覽過整個內容，從西元前四世紀尤都拉斯的行星模型到現在的精密的行星軌道理論，我們著實非常詫異。因為在沒有人走出太陽系的世代，我們只憑著想像與直覺，彷彿真的知道太陽系的長相。我們憑著思考，就清楚行星將何去何從？我們拿著一枝筆，就想把它畫到宇宙的盡頭是那樣地神奇。

註一：平均黃道面與平均赤道面會有兩個交點，一個為升交點，另一個為降交點。升交點就稱為春分點，降交點則為秋分點。

註二：天文館期刊第五期「天文實驗室」

註三：章動整個過程總角動量守恆，因此它的三軸轉速與其自身的三軸轉動慣量有直接的關係。想要知道詳細的原理，必須參考動力學的 Euler Equation 有關無力矩 (Torque free) 轉動的部分。

作者：現任職於台北市立天文科學教育館