

第 2 單元：質量與半徑的關係

(適合國中 7 年級以上)

黑洞是一個特殊的地方，當這個地方被塞滿太多東西時，密度極高，萬有引力變得極強，如果連光也無法逃脫，黑洞就形成了。黑洞的大小就被定義為連光也無法逃脫的範圍。理論上，任何物質只要被壓縮到極致，就會產生上述效果，形成黑洞。雖然目前宇宙中沒有任何物理機制可以壓縮物質產生比太陽還要小的黑洞，但由於黑洞是萬有引力的產物，它們的大小可以無限制地大或小，沒有理論限制。黑洞的大小會隨著擠進多少質量而發生變化。如果你把地球壓縮得足夠小，會得到一個彈珠大小的黑洞，因為在大約一公分距離內，光再也無法逃脫。當你再壓縮更多質量，黑洞半徑就會更大。當你把太陽壓縮變成黑洞，光在距離中心點三公里以內都逃不出來，因此黑洞寬度約六公里。質量愈大，黑洞愈大。

表 2-1 列出了不同質量的黑洞的預測半徑。在宇宙中這些黑洞都尚未被觀測到過，它們的半徑是根據質量計算而來。這裡的質量是以地球質量為單位，2.0 即表示質量為地球的 2 倍。

表 2-1

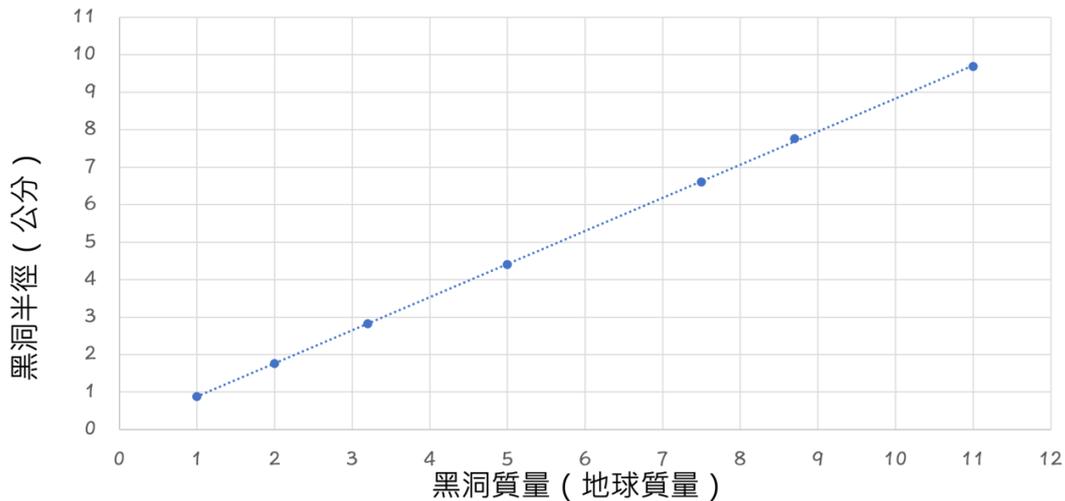
質量 (地球質量)	半徑
1.0	0.88 公分
2.0	1.76 公分
3.2	2.82 公分
5.0	4.40 公分
7.5	6.60 公分
8.7	7.76 公分
11.0	9.68 公分

練習 2-1：

將表 2-1 中的數據繪製成圖表。即黑洞半徑與黑洞質量的關係圖。

答案：

黑洞半徑與黑洞質量關係圖



練習 2-2：

從圖表中，計算數據的斜率 S 。這個斜率的物理單位是什麼？

答案：

選擇任意兩點： $(2, 1.76)$ 和 $(5, 4.4)$ 。畫一條通過這兩點的直線，斜率就是縱軸的變化量除以橫軸的變化量，即 $(4.4 - 1.76) \div (5 - 2) = 0.88$ 。

單位為：公分 / 地球質量。

練習 2-3：

根據練習 2-2，寫出形式為 $R(M) = R_0 + SM$ 的線性方程式，表示「黑洞質量--半徑」定律，即黑洞半徑為黑洞質量的函數。 R 代表黑洞半徑， M 代表黑洞質量， S 是練習 2-2 中求得的斜率，而 R_0 為常數。

答案：

由練習 2-2 得知斜率 $S = 0.88$ 。如果將其中一個點的坐標代入這個方程式，例如 $(2, 1.76)$ ，得到 $1.76 = R_0 + 0.88 \times 2$ ，所以 $R_0 = 0.0$ ，公式為 $R(M) = 0.88 M$ 。

練習 2-4：

根據你的「黑洞質量--半徑」定律，如果木星的質量是地球質量的 318 倍，那麼把木星壓成黑洞，你預測的黑洞的半徑是多少？

答案：

對於 $M = 318$ 個地球質量， $R(318) = 0.88 \times 318 = 280$ 公分。預測的黑洞的半徑為 280 公分。

練習 2-5：

太陽約為木星質量的 1,000 倍。如果太陽瞬間壓縮成黑洞，請問地球與變成黑洞的太陽距離會是多少？

答案：

如果太陽瞬間壓縮成黑洞，地球與變成黑洞的太陽距離將保持不變。這是因為太陽變為黑洞後質量並未改變，因此對地球的引力也不會改變。

延伸閱讀：

[科學家在仙女座大星系中探測到可能的中等質量黑洞](#)

[科學家利用重力透鏡效應發現 300 億倍太陽質量的超大質量黑洞](#)