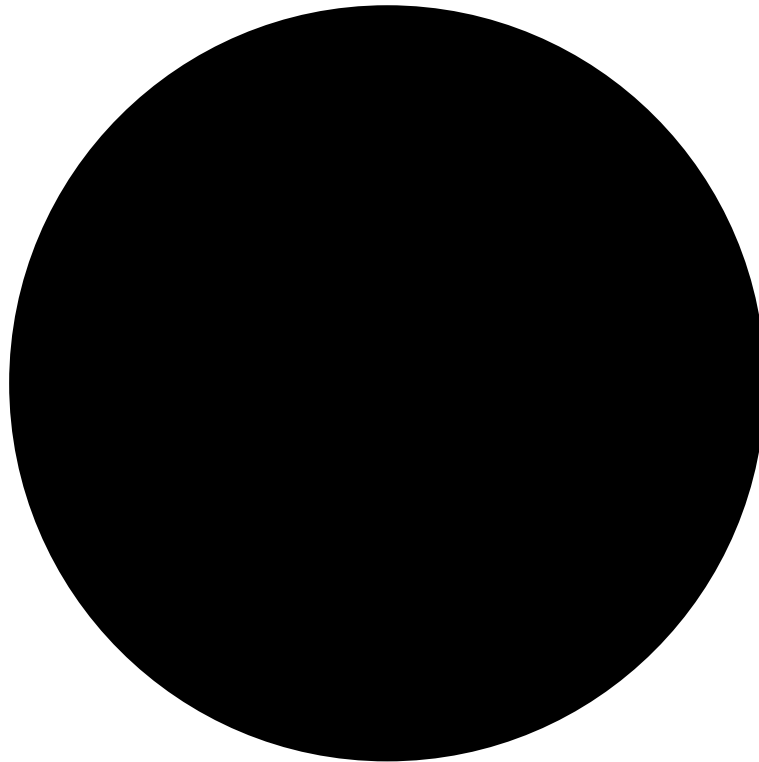


## 第 4 單元：重力

( 適合國中 9 年級以上 )

下圖所示的這個黑色球體的尺寸正好是直徑為 10 公分的黑洞。這樣大小的一個黑洞的質量超過我們地球質量的 5 倍。所有質量都將存在於這樣大的球體內部。為了方便起見，以下練習都將以上圖所示的「小黑洞」為例，即黑洞大小為半徑 5 公分，質量為 5 倍地球質量。



黑洞所產生的重力加速度非常巨大，這是因為所有的物質都被壓縮在如此小的空間範圍內。假設一個質量為  $m$  的質點與一質量為  $M$  的物質的距離為  $r$ ，這個質點所受到的重力  $F_g$  以及重力加速度  $a_g$  分別為：

$$\text{公式 4-1: } F_g = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\text{公式 4-2: } a_g = \frac{GM}{r^2}$$

$G$  為萬有引力常數： $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$  (牛頓 公尺<sup>2</sup>/公斤<sup>2</sup>)

在地球表面，一公斤重的物質所受到地球的重力加速度為  $9.8 \text{ kg/m}^2$ ，以  $g_E$  為標示；所受到的重力為  $9.8 \text{ N}$ （牛頓），或稱為「一公斤重」。地球質量為  $5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$ 。

表 4-1 顯示了在離上述小黑洞不同距離的地方所受到的重力加速度，以地球表面的重力加速度 ( $g_E$ ) 為單位。如果你處於一個重力加速度為  $10 g_E$  的地方，你的體重將是平常地表的 10 倍。一個 60 公斤的人將會是 600 公斤重（5,880 牛頓）。

表 4-1

距離	重力加速度 (單位： $g_E$ )
5,000 公里	8
1 公里	$2 \times 10^8$
10 公尺	$2 \times 10^{12}$
10 公分	$2 \times 10^{16}$

練習 4-1：

一位 60 公斤的人站在距離上述小黑洞 5,000 公里的地方。在那個距離，體重會是多少（公斤重）？

解答：

從表 4-1 得知，在距離小黑洞 5,000 公里的地方，重力加速度為  $8 g_E$ 。

因此，質量 60 公斤的人受到的重力會是  $60 \times 8 = 480$  公斤重。

練習 4-2：

依據公式 4-2，試算在距離小黑洞多遠的地方，重力加速度正好等於  $1 g_E$ ？並將答案以地球半徑做表示。

解答：

從公式 4-2 得知， $a_g$  與  $M$  成正比， $a_g$  與  $r^2$  成反比。

當  $M =$  地球質量， $r =$  地球半徑時， $a_g = 1 g_E$ 。

現在黑洞的質量是地球的 5 倍，因此當距離為  $\sqrt{5}$  倍地球半徑時， $a_g = 1 g_E$ 。

地球半徑約為 6,500 公里， $\sqrt{5} \times 6,500$  約等於 14,500 公里，也就是說，在距離一個大小為 10 公分的黑洞約 14,500 公里遠的地方，所受到的重力與在地球表面相同。