

第 7 單元：時間膨脹效應

(適合高中以上)

根據愛因斯坦的狹義相對論，測量相對高速運動的慣系座標系統時，在該座標的時間會減慢，或稱為時間膨脹。時間膨脹效應的公式為：

$$\text{公式 7-1: } T_0 = \frac{T}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

T 為相對移動中的坐標系時間。

T₀ 為相對靜止係測到相對移動中的坐標系時間。

c 為光速。

而從廣義相對論的等效原理，我們可以把重力位能與動能的速度做相對應的轉換，即當你在距離質量 M 的黑洞中心距離為 r 的地方，速度 v 為：

$$\text{公式 7-2: } v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

G 為萬有引力常數：6.67×10⁻¹¹ N m²/kg² (牛頓 公尺²/公斤²)

當在質量 M 的黑洞的事件視界時，速度即為光速：

$$\text{公式 7-3: } c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

R 為黑洞的半徑。

將公式 7-2、7-3 帶入 7-1，即得到：

$$\text{公式 7-4: } T_0 = \frac{T}{\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}}}, \text{ 且 } r > \frac{2GM}{c^2}$$

從公式 7-4 得知，在距離黑洞越近的地方，時間過得越慢！而時間在事件視界上將靜止（無限膨脹）。

練習 7-1:

請計算當你在距離一個太陽質量黑洞中心 10 公里的地方，相對於遠處靜止觀察者而言，時間膨脹效應是多少？

練習 7-2:

假設現在有一艘太空船，從地球出發前往遠處的黑洞。請分別以地球的觀察者，以及太空船上的觀察者，描述太空船抵達黑洞之前的場景。